C. Haan
V. Willms

WS 2010/2011
07.11.2011

4. Übung Konzepte der Analysis

Aufgabe 6

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Folge mit $a_n \geq 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und

$$\mu : \mathrm{Pot}(\mathbb{N}) \to [0,\infty],\ A \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} a_n \mathbf{1}_A(n)$$

Zeigen Sie, dass $(\mathbb{N}, \mathrm{Pot}(\mathbb{N}), \mu)$ ein Maßraum ist.

Aufgabe 7

Betrachte den metrischen Raum $(\mathbb{R}, d)$ mit $d(x,y) = |x-y|$ Zeigen Sie:

a) Jedes abgeschlossene Intervall $[a,b] \subset \mathbb{R},\ a < b$ ist perfekt.

b) Seien $I_k = [a_k, b_k] \subset \mathbb{R},\ k \in \mathbb{N},\ a_k < b_k$ abgeschlossene Intervalle, so ist die abzählbare Vereinigung

$$\bigcup_{k=0}^{\infty} I_k$$

perfekt.

c) Muss der Schnitt zweier Intervalle ebenso perfekt sein?