

## 2. Hausübung zur Einführung in die Mathematik

Abgabe: Bis Mittwoch, 18.11.2020, 12.00 Uhr, in Stud.IP, Ordner „Abgabe 2. Hausübung“

### Hausübungen

H4: Es seien  $X, Y$  Mengen und  $f : X \rightarrow Y$ . Beweisen Sie:

- a) Für alle  $B \subset Y$  ist  $f(f^{-1}(B)) \subset B$  und für alle  $A \subset X$  ist  $A \subset f^{-1}(f(A))$ .
- b) In a) gilt Gleichheit für alle  $B$  genau dann, wenn  $f$  surjektiv ist.
- c) In a) gilt Gleichheit für alle  $A$  genau dann, wenn  $f$  injektiv ist.

H5: Untersuchen Sie, welche der folgenden Tripel Monoide bzw. Gruppen sind.

- a)  $(\{\pm 1\}, \cdot, 1)$ .
- b)  $(2\mathbb{Z} + 1, \cdot, 1)$ .
- c)  $((2\mathbb{Z} + 1) \cup \{0\}, +, 0)$ .
- d)  $(3\mathbb{Z} + 1, \cdot, 1)$ .

H6: Es sei  $(M, \cdot, e)$  ein Monoid. Zeigen Sie:

- a) Sind  $x, y, z \in M$ , ist  $y$  linksinvers zu  $x$  und ist  $z$  linksinvers zu  $y$ , so gilt  $z = x$  (damit ist  $y$  auch rechtsinvers zu  $x$ ).
- b) Ist  $a \in M$  invertierbar, so hat die Gleichung  $ax = b$  genau eine Lösung, nämlich  $x = a^{-1}b$ .