

5. Gruppenübung zur Einführung in die Mathematik

G13: Untersuchen Sie das asymptotische Verhalten der rationalen Funktionen $z \mapsto (1 + z^2)/(1 - z^2)$ und $z \mapsto z/(1 - z^2)$ für $|z| \rightarrow \infty$.

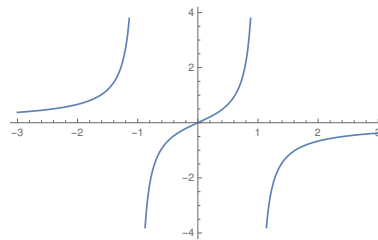


Abbildung 1: $x \mapsto x/(1 - x^2)$

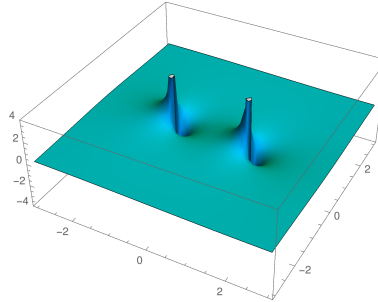


Abbildung 2: $z \mapsto (\operatorname{Re}(z/(1 - z^2)))$

G14: Es seien $X \subset \mathbb{C}$, $a \in X'$ und $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) \rightarrow c$ ($x \rightarrow a$). Zeigen Sie: Ist $f \geq 0$, so ist auch $c \geq 0$. Folgt aus $f > 0$ auch stets $c > 0$?

G15: Für $x \in \mathbb{R}$ sei

$$\lfloor x \rfloor := \max\{k \in \mathbb{Z} : k \leq x\}$$

(Gaußklammer von x). Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \lfloor x \rfloor$ auf Existenz rechts- und linksseitiger Grenzwerte und auf Stetigkeit.