J. Müller

SoS 2021
30.06.2021

11. Hausübung zur Analysis einer und mehrerer Veränderlicher

Abgabe: Bis Mittwoch, 07.07.2021, 12.00 Uhr, in Stud.IP, Ordner „Abgabe 11. Hausübung“

H31: Untersuchen Sie die Funktion $f : (\mathbb{R}^*)^2 \to \mathbb{R}$, definiert durch

$$f(x, y) = \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + 4x + y \qquad (x, y \neq 0),$$

auf Extremstellen.

H32: Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) := x^2(1 + y)^3 + y^2$. Zeigen Sie

a) Der Nullpunkt ist der einzige kritische Punkt und dort hat f ein striktes lokales Minimum.

b) f wird nicht minimal.

H33: (Newton-Verfahren) Es seien $X \subset \mathbb{K}$ offen, $f : X \to \mathbb{K}$ zweimal stetig differenzierbar und a eine einfache Nullstelle von f, also $f(a) = 0$ und $f'(a) \neq 0$. Zeigen Sie: Zu jedem $\lambda \in (0, 1)$ existiert eine abgeschlossene Umgebung U von a so, dass durch

$$\varphi(x) := x - f(x)/f'(x) \qquad (x \in U)$$

eine λ-kontraktive Funktion $\varphi : U \to U$ definiert ist.