

1. Gruppenübung zur Analysis einer und mehrerer Veränderlicher

G1: Es sei $\mathbb{S} := \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\} = \{e^{it} : t \in [0, 2\pi)\}$ der Einheitskreis in \mathbb{C} . Wir definieren $\arg z := t$ für $t \in [0, 2\pi)$ mit $e^{it} = z$. Zeigen Sie: Durch

$$d(z, w) := |\arg(z) - \arg(w)| \quad (z, w \in \mathbb{S})$$

ist eine Metrik auf \mathbb{S} definiert mit $|z - w| \leq d(z, w)$ für $z, w \in \mathbb{S}$.

G2: Es seien X eine nichtleere Menge und δ die diskrete Metrik auf X . Zeigen Sie: Ist (x_n) eine Folge in X , so ist (x_n) genau dann konvergent, wenn ein $N \in \mathbb{N}$ existiert mit $x_n = x_N$ für alle $n \geq N$.

G3: Finden Sie eine Cauchyfolge in \mathbb{Q} , die nicht konvergent in \mathbb{Q} ist.