J. Müller

SS 2008
17.06.2008

8. Übung zur Approximationstheorie

Ü23: Es sei $0 < a < 1$. Überlegen Sie sich, dass die Menge der Polynome mit ganzzahligen Koeffizienten dicht in $\mathbb{Z} + C_0([-a,a],\mathbb{R})$ ist.
Hinweis: Für alle $N \in \mathbb{N}$ ist linspan $\{x \mapsto x^\nu : \nu \geq N\}$ dicht in $C_0[-a,a]$.

Ü24: Es sei $\Lambda \subset (0,\infty)$ mit Häufungspunkt in $(0,\infty)$.
Zeigen Sie, dass dann

$$P_\Lambda[0,1] = C_0[0,1]$$

gilt. Ist dies auch stets dann der Fall, wenn 0 Häufungspunkt von Λ ist?

Ü25: Es sei

$$C_\infty[0,\infty) := \{f \in C[0,\infty) : f(t) \to 0 \quad (t \to \infty)\},$$

und es sei $\Lambda \subset (0,\infty)$ ohne Häufungspunkt in $\mathbb{R}$.
Beweisen Sie: Es ist

$$\operatorname{linspan}\{t \mapsto e^{-\lambda t} : \lambda \in \Lambda\}$$

dicht in $(C_\infty[0,\infty), \|\cdot\|_\infty)$ genau dann, wenn

$$\sum_{\lambda \in \Lambda} 1/\lambda = \infty.$$