J. Müller

SS 2008
27.05.2008

6. Übung zur Approximationstheorie

Ü16: Es sei $K \subset \mathbb{C}$ ein Faber-Kompaktum, und es sei $f \in C(K)$. Zeigen Sie:

a) Es gilt
$$\overline{\lim_{n\to\infty}} E_n(f,K)^{1/n} < 1$$
genau dann, wenn $f \in H(K)$ ist.

b) Es gilt
$$E_n(f,K)^{1/n} \to 0 \qquad (n \to \infty)$$
genau dann, wenn f Einschränkung auf K einer ganzen Funktion ist.

Ü17: Es seien $(X,d),(Y,e)$ metrische Räume, (Y,d) vollständig, und es sei $M \subset X$. Beweisen Sie: Ist $f : M \to Y$ gleichmäßig stetig, so existiert genau eine (gleichmäßig) stetige Funktion $\overline{f} : \overline{M} \to Y$ mit $\overline{f}_{|M} = f$.

Ü18: Es sei $K \subset \mathbb{C}$ ein Faber-Kompaktum. Wir definieren $T = T_K : \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \mathscr{P}_n \to \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \mathscr{P}_n$ durch
$$TP := \sum_{\nu=0}^{n} a_\nu F_{\nu,K} \,,$$
falls
$$P(z) = \sum_{\nu=0}^{n} a_\nu z^\nu \,.$$
Zeigen Sie:
Ist $\|T\| := \sup\{\|TP\|_K : \|P\|_{\overline{\mathbb{D}}} \le 1\} < \infty$, so existiert genau eine stetige und lineare Fortsetzung $\overline{T} : A(\overline{\mathbb{D}}) \to A(K)$ nach $A(\overline{\mathbb{D}})$, und es gilt dann für $f \in A(\overline{\mathbb{D}})$
$$E_n(\overline{T}f,K) \le \|\overline{T}\| \cdot E_n(f,\overline{\mathbb{D}}) \qquad (n \in \mathbb{N}).$$