

Übungen zur **Einführung in die Mathematik**

**Blatt 1**

Abgabe: bis 26.10. 10:00 Uhr in Kasten E 12

Versehen Sie Ihre Lösungen bitte mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer!

Aufgabe 1.1 (10 Punkte)

Gegeben seien die Mengen

$$M_1 := \{a, b, c\}, M_2 := \{b, c, d\}, M_3 := \{M_1, \{b\}, b\}, M_4 := \{\emptyset\}, M_5 := \emptyset, M_6 := \mathcal{P}(M_1).$$

Geben Sie die folgenden Mengen in aufzählender Schreibweise an:

$$M_1 \cap M_2, M_1 \cup M_2, M_2 \setminus M_1, M_2 \cup M_3, M_4 \cap M_6, M_4 \setminus M_5, M_6 \cap M_3, M_3 \setminus M_1, M_6 \cup M_4, M_1 \cup M_3.$$

Aufgabe 1.2 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Mengen  $\mathcal{P}(\emptyset)$ ,  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$ ,  $\mathcal{P}(\{a\})$  und  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{a\}))$ .

Aufgabe 1.3 (8 Punkte)

Es seien  $X \neq \emptyset$  und  $A, B, C \subset X$ . Beweisen Sie die folgenden Aussagen, wobei sich das Komplement auf die Menge  $X$  bezieht.

- (i)  $A \setminus B = A \cap B^c$ ,
- (ii)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ,
- (iii)  $(A^c)^c = A$ ,
- (iv)  $A \subset B \Leftrightarrow B^c \subset A^c$ ,
- (v)  $A \subset B \Leftrightarrow A = A \cap B$ ,
- (vi)  $A \subset B \Leftrightarrow B = A \cup B$ .

Aufgabe 1.4 (8 Punkte)

Es seien  $X \neq \emptyset$  sowie  $A, B, C \subset X$ . Die Menge  $A \Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$  heißt *symmetrische Differenz von A und B*.

- (i) Zeigen Sie:  $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ .
- (ii) Beweisen Sie die Kommutativität der symmetrischen Differenz. Zu zeigen ist also, dass  $A \Delta B = B \Delta A$  gilt.
- (iii) Beweisen Sie, dass die folgende Distributivität gilt:

$$(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C).$$