

ALSO EXISTIERT GOTT!

LUTZ MATTNER
16. NOVEMBER 2014

ZUSAMMENFASSUNG. Nach einer Erläuterung des Kontextes - bestehend aus einem Rätsel mit zugehörigem Lösungsvorschlag in *Forschung & Lehre* - bringen untenstehende Zeilen den geringfügig redigierten Originaltext meines im Dezemberheft 2014 der genannten Zeitschrift notgedrungen auf ca. 2300 Zeichen gekürzt erscheinenden Leserbriefes.

Kontext: Im seit November 2014 auch auf <http://www.forschung-und-lehre.de/> im "Archiv" verfügbaren Oktoberheft 2014 der Zeitschrift *Forschung & Lehre* findet sich auf Seite 871 in der Rubrik "Enigma" als Aufgabe 2 folgende "mathematische Knobelei":

"Die folgende Liste enthält 5 Aussagen. Wie viele der Aussagen und welche sind wahr? Genau eine Aussage auf dieser Liste ist falsch. Genau zwei Aussagen auf dieser Liste sind falsch. Genau drei Aussagen auf dieser Liste sind falsch. Genau vier Aussagen auf dieser Liste sind falsch. Genau fünf Aussagen auf dieser Liste sind falsch."

Auf diese Aufgabe und die an gleicher Stelle vorgeschlagene Lösung bezieht sich mein

Leserbrief vom 3.10.2014: *Also existiert Gott!*

Nichts weniger als einen logisch einwandfreien Beweis dieser nicht immer unumstrittenen Behauptung erhält man durch eine kleine Verfeinerung der vom Kollegen Christian Hesse aus Stuttgart als Lösung seiner Aufgabe 2 auf Seite 871 in Heft 10/14 vorgetragenen Schlussweise.

Beweis. Sei zunächst A eine beliebige Aussage. Wir wandeln die genannte Aufgabe derart ab, dass wir die ersten vier Aussagen der dort betrachteten Liste jeweils um "und es gilt A " erweitern, die fünfte Aussage jedoch belassen wie sie ist. Die Aufgabe lautet jetzt also:

"Die folgende Liste enthält 5 Aussagen. Wie viele der Aussagen und welche sind wahr? Genau eine Aussage auf dieser Liste ist falsch, und es gilt A . Genau zwei Aussagen auf dieser Liste sind falsch, und es gilt A . Genau drei Aussagen auf dieser Liste sind falsch, und es gilt A . Genau vier Aussagen auf dieser Liste sind falsch, und es gilt A . Genau fünf Aussagen auf dieser Liste sind falsch."

Wir können dann Hesses Lösung seiner Aufgabe auch hier wörtlich bis zu ihrem drittletzten Satz folgen, da sich die neuen fünf Aussagen unabhängig vom Wahrheitsgehalt von A erst recht ausschließen:

"Die fünf Aussagen widersprechen sich gegenseitig. Deshalb kann höchstens eine von ihnen wahr sein. Es gibt also nur zwei Möglichkeiten: a. alle Aussagen sind falsch und b. genau eine Aussage ist wahr. Die Möglichkeit a. scheidet aber aus. Denn dann wären fünf Aussagen falsch und das ist exakt was die 5. Aussage aussagt. Diese wäre also wahr, was ein Widerspruch ist. Also ist die Möglichkeit b. zutreffend. Genau eine Aussage ist wahr, und genau vier Aussagen sind demnach falsch."

Daraus schließen wir weiter: Da, wie wir oben schon gesehen haben, die fünfte Aussage nicht wahr sein kann, muss eine der ersten vier Aussagen wahr sein; in jedem Fall folgt damit die Gültigkeit von A . Spezialisierung auf $A :=$ "Gott existiert" liefert die Behauptung. \square

Obiger Beweis der Existenz Gottes und die Argumentation von Hesse funktionieren deshalb, weil jeweils ein sprachlich nach den üblichen grammatischen Regeln geformtes Gebilde wie $G :=$ "Genau eine Aussage auf dieser Liste ist falsch." ohne weiteres schon für sich als Aussage und damit als wahr oder falsch angenommen wird. Dazu müsste jedoch G zumindest prinzipiell entweder als Aussage über die Welt im Allgemeinen mittels Beobachtungen prüfbar, oder als Aussage in einem formalen System durch logisches Schließen verifizierbar oder falsifizierbar und damit insbesondere nach den stringenten Regeln des gewählten Systems gebildet sein; keins von beiden scheint hier vorzuliegen. Beispielsweise ist ja auch "Diese Blume blüht gelb." keine Aussage, solange nicht gesagt wird, welche Blume gemeint sei, und wie dann, was aber in diesem Beispiel anders als bei G wohl klar sein würde, die vollständige Aussage ohne Verwendung des abkürzenden Demonstrativadjektivs "Diese" formuliert werden sollte.

Selbstverständlich wird Hesses Scheinargumentation auch nicht durch eine "Probe" geheilt, die man in den beiden letzten, oben noch nicht zitierten Sätzen seiner Lösung sehen mag: "Das ist exakt was die 4. Aussage aussagt. Sie ist als einzige wahr." Auch bei uns erscheint übrigens mit $A :=$ "Gott existiert" die vierte Aussage kaum falsifizierbar - und zwar aus prinzipiell demselben Grund wie bei Hesse, da nämlich auch das Teilgebilde "es gilt A " gar keine Aussage ist solange nicht hinzugefügt wird, was "Gott" sein soll oder, was dasselbe ist, wie man denn zumindest prinzipiell seine Existenz oder Nichtexistenz in der Welt im Allgemeinen beobachten oder in einem formalen System logisch entscheiden sollte.

Zusatz Ende Oktober 2014: Zur Sensibilisierung gegenüber Scheinaussagen, und damit zur Vermeidung vieler fruchtloser Überlegungen, kann in hervorragender Weise die Lektüre des unten genannten Buches des Mathematikers, Ingenieurs, und Wissenschaftstheoretikers Richard von Mises (1883–1953) dienen.

LITERATUR

VON MISES, RICHARD (1939). *Kleines Lehrbuch des Positivismus. Einführung in die empiristische Wissenschaftsauffassung*. Van Stockum, Den Haag. Zweite Auflage 1990 herausgegeben und eingeleitet von Friedrich Stadler. Suhrkamp, Frankfurt am Main.

UNIVERSITÄT TRIER, FACHBEREICH IV – MATHEMATIK, 54286 TRIER, GERMANY
E-mail address: mattner@uni-trier.de