

#### 4. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis I

##### Gruppenübungen

G8: a) Beweisen Sie: Für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\sum_{\nu=1}^n \binom{\nu+1}{2} = \binom{n+2}{3}.$$

Interpretieren Sie die Formel am Pascalschen Dreieck.

b) Berechnen Sie  $\sum_{\nu=1}^n \nu(\nu+1)$  und  $\sum_{\nu=1}^n \nu^2$ .

G9: Zeigen Sie: Für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$(n+1)^n \geq 2n^n.$$

##### Hausübungen

H9: Es seien  $n, k \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie:

$$\sum_{\nu=0}^n (-1)^\nu \binom{k}{\nu} = (-1)^n \binom{k-1}{n}.$$

H10: Es seien  $n, k \in \mathbb{N}$ . Versuchen Sie, eine geschlossene Darstellung für

$$\sum_{\nu=1}^n \binom{\nu+k-1}{k}$$

zu finden, und beweisen Sie gegebenenfalls deren Gültigkeit.

H11: Für welche  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$n! \leq \left(\frac{n}{2}\right)^n?$$