

4. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis I

Gruppenübungen

G8: a) Beweisen Sie: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{\nu=1}^n \binom{\nu+1}{2} = \binom{n+2}{3}.$$

Interpretieren Sie die Formel am Pascalschen Dreieck.

b) Berechnen Sie $\sum_{\nu=1}^n \nu(\nu+1)$ und $\sum_{\nu=1}^n \nu^2$.

G9: Zeigen Sie: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$(n+1)^n \geq 2n^n.$$

Hausübungen

H9: Es seien $n, k \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:

$$\sum_{\nu=0}^n (-1)^\nu \binom{k}{\nu} = (-1)^n \binom{k-1}{n}.$$

H10: Es seien $n, k \in \mathbb{N}$. Versuchen Sie, eine geschlossene Darstellung für

$$\sum_{\nu=1}^n \binom{\nu+k-1}{k}$$

zu finden, und beweisen Sie gegebenenfalls deren Gültigkeit.

H11: Für welche $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$n! \leq \left(\frac{n}{2}\right)^n?$$