J. Müller

WS 2003/2004
27.01.2004

11. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis I

Gruppenübungen

G26: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$\text{(i)}\quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^\nu}{\sqrt{\nu}} \qquad \text{(ii)}\quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\nu}} \qquad \text{(iii)}\quad \sum_{\nu=1}^{\infty} (-1)^\nu \sqrt{\nu}\,.$$

G27: Zeigen Sie: Ist $n_0 \in \mathbb{N}$ und $(a_\nu)_{\nu=0}^{\infty}$ eine Folge in $\mathbb{K}$, so ist $\sum\limits_{\nu=n_0}^{\infty} a_\nu$ genau dann konvergent, wenn $\sum\limits_{\nu=0}^{\infty} a_\nu$ konvergiert, und in diesem Falle gilt

$$\sum_{\nu=n_0}^{\infty} a_\nu = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu - \sum_{\nu=0}^{n_0-1} a_\nu\,.$$

Hausübungen

H27: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$\text{(i)}\quad \sum_{\nu=1}^{\infty} (-1)^\nu (\sqrt{\nu+1} - \sqrt{\nu}) \qquad \text{(ii)}\quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu \sqrt[\nu]{\nu}}\,.$$

H28: Untersuchen Sie, für welche $\alpha > 0$ die Reihe $\sum\limits_{\nu=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^\nu$ konvergiert, und bestimmen Sie im Falle der Konvergenz den Wert der Reihe.

H29: *Achilles und die Schildkröte* (Zenon von Elea, um 490-430 v. Chr.):
Achilles verfolgt eine Schildkröte. Obwohl er wesentlich schneller als diese läuft, wird er sie aber aus folgendem Grund nie einholen können: Befindet sich die Schildkröte an einer Stelle P, so wird sie sich, bis Achilles P erreicht hat, an einem anderen Ort P' befinden; hat Achilles endlich P' erreicht, so ist sie bereits zu einer neuen Stelle P'' weiter gewandert, usw.
Wo liegt der Denkfehler? Was hat das Ganze mit Reihen zu tun?