J. Müller

WS 2003/2004
05.11.2003

1. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis I

Gruppenübungen

G1: Beweisen Sie S. 1.4.4 der Vorlesung: Für beliebige Mengen A, B, C gilt

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)\,.$$

G2: Untersuchen Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv bzw. bijektiv sind:

a) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \qquad f(x) = x^2 \qquad (x \in \mathbb{N}),$

b) $g : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, \qquad g(x) = x^2 \qquad (x \in \mathbb{Q}),$

c) $h : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}_0, \qquad h(x) = \begin{cases} 2x, & \text{falls } x \geq 0 \\ 1 - 2x, & \text{falls } x < 0 \end{cases} \,.$

Hausübungen

H1: Untersuchen Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv bzw. bijektiv sind:

a) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \qquad f(x) = 2x + 3 \qquad (x \in \mathbb{Z}),$

b) $g : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \qquad g(x, y) = 2x + 3y \qquad (x, y \in \mathbb{Z}).$

Können Sie eine Menge M so finden, dass $g_{|M} : M \to \mathbb{Z}$ bijektiv ist?

H2: a) Es seien X, Y, Z Mengen, und es seien $f : X \to Y$ und $g : Y \to Z$ bijektive Abbildungen. Zeigen Sie, dass auch $g \circ f : X \to Z$ bijektiv ist.

b) Es sei $X = \{1, 2, 3\}$. Geben Sie zwei bijektive Funktionen $f, g : X \to X$ an mit $f \circ g \neq g \circ f$.