J. Müller

SS 2007

05.06.2007

7. Übung zur Funktionentheorie

Abgabe: Dienstag, 12.06.2007, vor der Vorlesung.

Hausübungen

H13: a) Es sei $f \in C(S)$. Zeigen Sie: Ist $f(z) = f(\overline{z})\,(z \in S)$, so gilt $\hat{f}(\nu) = \hat{f}(-\nu)$ $(\nu \in \mathbb{N})$.

b) Zeigen Sie: Für alle $n \in \mathbb{N}$ existiert ein Polynom $T_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ so, dass

$$\operatorname{Re}(z^n) = T_n(\operatorname{Re} z) \qquad (z \in S).$$

c) Es sei $g \in C[-1,1]$, und es sei $f : S \to \mathbb{C}$ definiert durch

$$f(z) := g(\operatorname{Re} z) \qquad (z \in S).$$

Beweisen Sie:

$$\hat{f}(0) + 2\sum_{\nu=1}^{n} \hat{f}(\nu)\Big(1 - \frac{\nu}{n+1}\Big)\,T_n \to g$$

gleichmäßig auf $[-1,1]$.

H14: Bestimmen Sie Lage und Art der isolierten Singularitäten folgender Funktionen:

(i) $f(z) = \sin(z)/z$,

(ii) $f(z) = \sin(1/z)$,

(iii) $f(z) = 1/\sin(z)$,

(iv) $f(z) = 1/\sin(1/z)$.