

## 3. Übung zur Funktionentheorie

Abgabe: Dienstag, 08.05.2007, vor der Vorlesung.

H5: a) Es sei  $G \subset \mathbb{C}$  ein Gebiet, und es sei  $g \in H(G)$  mit  $g(z) \neq 0$  für alle  $z \in G$ .  
Zeigen Sie: Für  $f \in H(G)$  sind äquivalent:

(i)  $e^f = g$ ,

(ii)  $f' = g'/g$  und  $e^{f(z_0)} = g(z_0)$  für ein  $z_0 \in G$ .

b) Zeigen Sie: Es existiert kein  $f \in H(\mathbb{C} \setminus \{0\})$  mit  $e^{f(z)} = z$  ( $z \neq 0$ ).

H6: Es sei  $\gamma := [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C}$  ein geschlossener Pfad mit Polarkoordinatendarstellung  $\gamma(t) = \rho(t)e^{it}$  ( $t \in [-\pi, \pi]$ ). Zeigen Sie:

$$\frac{1}{2i} \int_{\gamma} \bar{z} dz = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \rho^2(t) dt = \lambda^2(K),$$

wobei  $K = \{re^{it} : 0 \leq r \leq \rho(t), t \in [-\pi, \pi]\}$ .