

2. Übung zur Funktionentheorie

Abgabe: Mittwoch, 02.05.2007, vor der Übung.

**Hausübungen**H3: a) Für welche  $z \in \mathbb{C}$  gilt  $\log(e^z) = z$ ?

b) Am Schluss eines Briefes vom 17. Juni 1746 an Goldbach schreibt Euler:  
“*Letztens habe gefunden, dass diese expressio  $(\sqrt{-1})^{\sqrt{-1}}$  einen valorem realem habe, welcher in fractionibus decimalibus = 0,2078795763, welches mir merkwürdig zu seyn scheint*”.

Was sagen Sie dazu?

H4: Es sei  $f : \mathbb{C} \setminus \{\pm i\} \rightarrow \mathbb{C}$  definiert durch

$$f(z) = \frac{1}{1+z^2} \quad (z \neq \pm i).$$

- a) Zeigen Sie:  $f$  besitzt auf  $G := \mathbb{C} \setminus \{it : t \in \mathbb{R}, |t| \geq 1\}$  eine Stammfunktion  $F$  mit  $F(0) = 0$ .
- b) Bestimmen Sie die Potenzreihenentwicklung von  $F$  mit Entwicklungsmitte  $z_0 = 0$ .
- c) Existiert eine Stammfunktion von  $f$  auf  $\mathbb{C} \setminus \{\pm i\}$ ?