

12. Übung zur Funktionentheorie

Abgabe: Dienstag, 17.07.2007, vor der Vorlesung.

HausübungenH23: Es sei $u : \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$u(z) := \ln |z| \quad (z \neq 0).$$

Zeigen Sie, dass u harmonisch in $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ ist mit

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} \right) (z) = \frac{1}{z} \quad (z \neq 0).$$

H24: Es sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet. Beweisen Sie:

- a) Ist $f \in H(G)$, $f \neq \text{const}$, und ist $g \in \text{Har}(f(G))$, so ist $g \circ f \in \text{Har}(G)$.
- b) Ist $u \in \text{Har}(G, \mathbb{R})$ mit $u^2 \in \text{Har}(G, \mathbb{R})$, so ist $u \equiv \text{const}$.