J. Müller

SS 2007

17.04.2007

1. Übung zur Funktionentheorie

Abgabe: Dienstag, 24.04.2007, vor der Übung.

Gruppenübungen

G1: Es sei $\Omega \subset \mathbb{C} = \mathbb{R}^2$ offen, und es sei $f : \Omega \to \mathbb{R}$. Zeigen Sie: Ist f (komplex) differenzierbar an $z_0 \in \Omega$, so gilt $f'(z_0) = \frac{\partial f}{\partial x}(z_0) = \frac{\partial f}{\partial y}(z_0) = 0$.

G2: Untersuchen Sie die folgenden Funktionen $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ auf reelle und komplexe Differenzierbarkeit:

(i) $f(z) = |z|^2 \quad (z \in \mathbb{C})$,

(ii) $f(z) = \overline{z} \quad (z \in \mathbb{C})$.

Hausübungen

H1: a) Es sei $\Omega \subset \mathbb{C} = \mathbb{R}^2$ offen, und es sei $f : \Omega \to \mathbb{C} = \mathbb{R}^2$ (komplex) differenzierbar an $z_0 \in \Omega$. Überlegen Sie sich, dass dann gilt

$$Jf(z_0) = \begin{pmatrix} \mathrm{Re}(f'(z_0)) & -\mathrm{Im}(f'(z_0)) \\ \mathrm{Im}(f'(z_0)) & \mathrm{Re}(f'(z_0)) \end{pmatrix}.$$

b) Zeigen Sie: Ist $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet und ist $f : G \to \mathbb{C}$ differenzierbar mit $f' \equiv 0$ auf G, so ist $f \equiv \text{const}$ auf G.

H2: Es sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet, und es sei $f : G \to \mathbb{C}$ differenzierbar. Zeigen Sie: Ist $|f| \equiv \text{const}$, so ist auch $f \equiv \text{const}$.