

5. Übung zur Einführung in die reellen Zahlen

Abgabe: Montag, 23.01.2006, vor der Übung

H12: Zeigen Sie: Für alle  $z \in \mathbb{C}$  ist

$$(i) \exp(iz) = \cos(z) + i \sin(z),$$
$$(ii) \cos(z) = \sum_{\substack{\nu=0 \\ \nu \text{ gerade}}}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu/2} z^{\nu}}{\nu!} \quad \text{und} \quad \sin(z) = \sum_{\substack{\nu=0 \\ \nu \text{ ungerade}}}^{\infty} \frac{(-1)^{(\nu-1)/2} z^{\nu}}{\nu!}.$$

H13: (de Moivre Formeln)

Zeigen Sie: Für alle  $x \in \mathbb{R}$  und  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\cos(nx) = \sum_{\substack{\nu=0 \\ \nu \text{ gerade}}}^n \binom{n}{\nu} (-1)^{\nu/2} \sin^{\nu}(x) \cos^{n-\nu}(x),$$
$$\sin(nx) = \sum_{\substack{\nu=0 \\ \nu \text{ ungerade}}}^n \binom{n}{\nu} (-1)^{(\nu-1)/2} \sin^{\nu}(x) \cos^{n-\nu}(x).$$