J. Müller SS 2005

14.07.2005

5. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis III

Ü 19: Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der Ordnung 2 für

(i) $f(x,y) = x^y \qquad (x > 0, y \in \mathbb{R})$,

(ii) $f(x,y,z) = \sqrt{z}\sin(xy^2) \qquad (x,y \in \mathbb{R}, z > 0)$.

Ü 20: Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x,y) := \begin{cases} xy\,\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & , \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , \quad (x,y) = (0,0) \end{cases} .$$

(i) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\partial_1 f$ und $\partial_2 f$ auf $\mathbb{R}^2$.

(ii) Berechnen Sie $\partial_1\partial_2 f(0,0)$ und $\partial_2\partial_1 f(0,0)$.

Ü 21 Berechnen Sie $\sum\limits_{\nu=0}^{2} \dfrac{\partial_r^\nu f(x^{(0)})}{\nu!}\,|x - x^{(0)}|^\nu$ für

$$f(x_1,x_2) = x_1^{x_2} \quad (x_1 > 0, x_2 \in \mathbb{R})$$

und $x^{(0)} = (2,1)$ sowie $r = (x - x^{(0)})/|x - x^{(0)}|$.

Ü 22: Bestimmen Sie die lokalen Extremstellen der folgenden Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

a) $f(x,y) = x^2 + xy + y^2 + x + y + 1 \qquad (x,y \in \mathbb{R})$.

b) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy \qquad (x,y \in \mathbb{R})$.

Ü 23: Es sei $f : [0,1] \times [0,1] \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x,y) = x + y \qquad (x,y \in [0,1])\,.$$

Bestimmen Sie die Extremstellen von f.