J. Müller

SS 2006
21.06.2006

8. Übung zur Analysis II

Abgabe: Dienstag, 27.06.06, vor der Vorlesung

Gruppenübungen

G16: Berechnen Sie $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$ und $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)$.

G17: Es sei $f : [a,b) \to \mathbb{C}$ so, dass $f \in \mathrm{R}[a,B]$ für alle $a < B < b$. Zeigen Sie: Existiert $\int_a^{b-} |f|$, so existiert auch $\int_a^{b-} f$.

G18: Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x,y) = e^x \sin y$. Berechnen Sie $\partial_r f(0,0)$ für alle Richtungen $r = (r_1, r_2)$.

Hausübungen

H22: (Wallis-Produkt)
Zeigen Sie

$$w_n := \frac{2\cdot 2}{1\cdot 3} \cdot \frac{4\cdot 4}{3\cdot 5} \cdots \frac{(2n)(2n)}{(2n-1)(2n+1)} \to \frac{\pi}{2} \qquad (n \to \infty)\,.$$

H23: a) Zeigen Sie: Für $\operatorname{Re} z > 1$ gilt

$$\zeta(z) = \frac{1}{z-1} + \frac{1}{2} - z \cdot \int_1^\infty \frac{b(x)}{x^{z+1}} dx\,,$$

wobei b wie in der Eulerschen Summenformel ist.

b) Überlegen Sie sich, dass das Integral auf der rechten Seite für alle z mit $\operatorname{Re} z > -1$ konvergiert.

H24: Zeigen Sie

$$\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x^2)^n} = \int_0^{\pi/2} \sin^{2n-2} t\, dt\,.$$