J. Müller

SS 2006
31.05.2006

6. Übung zur Analysis II

Abgabe: Dienstag, 13.06.2006, vor der Vorlesung

Hausübungen

H16: Es sei $[a,b] \subset \mathbb{R}$. Zeigen Sie: Durch

$$||f||_1 \ := \ ||f||_{1,[a,b]} := \int_a^b |f| \qquad (f \in C[a,b])$$

ist eine Norm auf $C[a,b] := \{f : [a,b] \to \mathbb{K} \text{ stetig}\}$ definiert.

Z1: Ist $(C[-1,1], \|\cdot\|_1)$ ein Banachraum?

H17: Bestimmen Sie zu $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definiert durch

$$F(x) := \int_0^x \frac{\sin t}{t}\, dt \qquad (x \in \mathbb{R}),$$

eine Potenzreihenentwicklung mit Entwicklungsmitte $x_0 = 0$.

H18: i) Beweisen Sie: Für alle $k \in \mathbb{N}$ gilt

$$(k+1) \int \cos^{k+1} x \; dx = \cos^k x \cdot \sin x + k \int \cos^{k-1} x \; dx$$

ii) Zeigen Sie: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\int_0^{\pi/2} \cos^{2n} x \; dx = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \ldots \cdot \frac{2n-1}{2n}$$

und

$$\int_0^{\pi/2} \cos^{2n+1} x \; dx = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \ldots \cdot \frac{2n}{2n+1} \ .$$