J. Müller

SS 2006
02.05.2006

2. Übung zur Analysis II

Abgabe: Dienstag, 09.05.2006, vor der Vorlesung

Gruppenübungen

G4: Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{\sin^2 x}$ (ii) $\lim\limits_{x\to\infty} x(\ln(x+1)-\ln(x))$.

G5: Die Funktionen $f_n : [0,\infty) \to \mathbb{R}$ seien definiert durch

$$f_n(x) := \frac{1}{1+nx} \qquad (x \geq 0,\ n \in \mathbb{N})\,.$$

Untersuchen Sie (f_n) auf punktweise und auf gleichmäßige Konvergenz.

G6: Zeigen Sie: Für alle $a \in \mathbb{C}$ mit Re $a > 1$ ist $\sum\limits_{\nu=1}^{\infty} \dfrac{1}{\nu^a}$ absolut konvergent.

Hausübungen

H4: Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x}{e^x - 1 - x}$ (ii) $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+\dfrac{1}{\pi}\ \arcsin x\right)^{1/x}$,

(iii) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sinh x}{\cosh x}$.

H5: Die Funktionen $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$ seien definiert durch

$$f_n(x) := nx(1-x)^n \qquad (x \in [0,1], n \in \mathbb{N})\,.$$

(i) Zeigen Sie, dass (f_n) auf $[0,1]$ punktweise konvergiert, und bestimmen Sie die Grenzfunktion.

(ii) Berechnen Sie $\max\limits_{[0,1]} f_n(x)$.

(iii) Ist (f_n) auf $[0,1]$ gleichmäßig konvergent?

H6: Untersuchen Sie die folgenden Funktionenreihen auf punktweise und auf gleichmäßige Konvergenz:

(i) $\sum\limits_{\nu=1}^{\infty} \dfrac{\cos(\nu x)}{\nu^2}$ $(x \in \mathbb{R})$, (ii) $\sum\limits_{\nu=0}^{\infty} \dfrac{x}{(1+x^2)^\nu}$ $(x \in \mathbb{R})$.