J. Müller WS 2005/2006

08.11.2005

2. Übung zur Analysis I

Abgabe: Montag, 14.11.2005, vor der Vorlesung

Gruppenübungen

G1: Finden Sie Funktionen $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $g \circ f \neq f \circ g$.

G2: Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität:

(i) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}_0, \qquad f(x) = x^2 \quad (x \in \mathbb{Z})$,

(ii) $g : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0, \quad g(x,y) = x + y \quad (x, y \in \mathbb{N}_0)$,

(iii) $h = f_{|\mathbb{N}_0}$,

(iv) $k := g_{|\mathbb{P}\times\mathbb{P}}$.

G3: Es sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper. Zeigen Sie: Für alle $x \in K$ gilt $x \cdot 0_K = 0_K$.

Hausübungen

H4: Es seien X, Y Mengen und $f : X \to Y,\ g : Y \to X$ mit

$$g \circ f = id_X\,.$$

Was kann man über f bzw. g hinsichtlich Injektivität, Surjektivität bzw. Bijektivität aussagen?

H5: Es sei $M \neq \emptyset$ eine Menge. Wir setzen

$$\mathrm{Pot}(M) := \{A : A \text{ Teilmenge von } M\}\,.$$

Außerdem sei für $A \in \mathrm{Pot}(M)$ die Funktion $\chi_A : M \to \{0,1\}$ definiert durch

$$\chi_A(x) := \begin{cases} 1\,, & \text{falls} \quad x \in A \\ 0\,, & \text{falls} \quad x \in C_M(A) \end{cases}\,.$$

Überlegen Sie sich, dass $A \mapsto \chi_A$ eine bijektive Abbildung von $\mathrm{Pot}(M)$ nach $\{f : f \text{ Abbildung von } M \text{ nach } \{0,1\}\}$ ist.

H6: Es sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper. Zeigen Sie: Für alle $a \in K\backslash\{0_K\}$ und alle $b \in K$ hat die Gleichung $ax = b$ genau eine Lösung, nämlich $x = b/a$.