J. Müller

SS 2004
22.06.2004

8. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis II

Gruppenübungen

G17: Es sei $n \in \mathbb{N}$ fest und $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = x^n$.
Zeigen Sie mittels der Definition der Ableitung, dass f auf $\mathbb{R}$ differenzierbar ist mit $f'(x) = nx^{n-1}$ $(x \in \mathbb{R})$.

G18: Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$:

(i) $f(x) = (2x^4 + 5x)^3$, (ii) $f(x) = \dfrac{5x^3 + 3x^2 - 2}{4x^2 + 1}$,

(iii) $f(x) = \sinh x$, (iv) $f(x) = x^2 \sin x$,

(v) $f(x) = e^{-x^2}$, (vi) $f(x) = \sqrt{e^{-x^2}}$.

Hausübungen

H21: Es sei $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = \sqrt{x}$.
Zeigen Sie, dass f auf $(0, \infty)$ differenzierbar ist und bestimmen Sie f' auf $(0, \infty)$

(i) mittels der Definition der Ableitung und

(ii) unter Verwendung der Umkehrregel.

Ist f differenzierbar an $x_0 = 0$?

H22: Untersuchen Sie die folgenden Funktionen $f : M \to \mathbb{R}$ auf Differenzierbarkeit und bestimmen Sie die Ableitungen:

(i) $M = \mathbb{R}$, $f(x) = 3^{x^2}$,

(ii) $M = (0, \infty)$, $f(x) = e^{\sqrt{x}} \cos(x + \pi)$,

(iii) $M = \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x \cdot \sin(1/x) & \text{, falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{, falls } x = 0 \end{cases}$.