J. Müller

SS 2004
09.06.2004

6. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis II

Gruppenübungen

G13: Geben Sie je ein Beispiel einer Funktion f, für die gilt

(i) $f : I \to \mathbb{R}$, wobei $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall, ist injektiv, aber nicht monoton,

(ii) $f : M \to \mathbb{R}$ ist injektiv und stetig, aber nicht monoton.

G14: Die Funktion $\sinh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist definiert durch

$$\sinh(x) := \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \qquad (x \in \mathbb{R}).$$

(i) Zeigen Sie, dass sinh streng monoton wachsend und stetig auf $\mathbb{R}$ ist.

(ii) Welche Aussagen kann man über die Umkehrfunktion machen?

(iii) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion.

Hausübungen

H16: Es sei $P : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $P(z) = \sum_{\nu=0}^{d} a_\nu z^\nu$, ein Polynom vom Grad $d \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:

a) Ist (z_n) eine Folge in $\mathbb{C}$ mit $|z_n| \to \infty$ $(n \to \infty)$, so gilt

$$\frac{P(z_n)}{a_d z_n^d} \to 1 \qquad (n \to \infty)\,.$$

b) Ist P „reell“, d.h. sind $a_0, \ldots a_d \in \mathbb{R}$ und ist d ungerade, so ist $W(P_{|\mathbb{R}}) = \mathbb{R}$.

H17: Geben Sie ein Beispiel einer monoton wachsenden Funktion $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ mit unendlich vielen Unstetigkeitsstellen.

H18: Beweisen Sie: Für alle $x_1, x_2 > 0$ gilt

$$\ln(x_1 \cdot x_2) = \ln x_1 + \ln x_2\,.$$