J. Müller

SS 2004

26.05.2004

5. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis II

Gruppenübungen

G11: Belegen Sie anhand geeigneter Beispiele, dass keine der folgenden Bedingungen hinreichend für die Existenz eines Maximums bzw. Minimums ist:

(i) $f : (0, 1) \to \mathbb{R}$ stetig und beschränkt,

(ii) $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ beschränkt.

G12: Es sei $f(z) := \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu z^\nu$ eine Potenzreihe mit Konvergenzradius $R > 0$. Zeigen Sie: Sind $z, z_0 \in U_R(0)$, so gilt

$$f(z) - f(z_0) = (z - z_0) \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \sum_{\mu=0}^{\nu-1} z_0^{\nu-1-\mu} z^\mu ,$$

wobei die Reihe auf der rechten Seite absolut konvergent ist.

Hausübungen

H13: Es sei $f(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu z^\nu$ eine Potenzreihe mit Konvergenzradius $R > 0$. Zeigen Sie, dass f stetig auf $U_R(0)$ ist.

H14: Zeigen Sie: Ist $K \subset \mathbb{R}$ kompakt, so gilt

$$\inf(K) \in K \qquad \text{und} \qquad \sup(K) \in K .$$

H15: Zeigen Sie mit Hilfe des Zwischenwertsatzes: Ist $n \in \mathbb{N}$ und $c \geq 0$, so existiert genau ein $x \geq 0$ mit $x^n = c$.