J. Müller

SS 2004
05.05.2004

2. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis II

Gruppenübungen

G3: Überlegen Sie sich, dass die Mengen $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{N}^2$ gleichmächtig zu $\mathbb{N}$ sind.

G4: Zeigen Sie: Durch

$$||x||_1 := \sum_{j=1}^{d} |x_j| \qquad (x = (x_1, \ldots, x_d) \in \mathbb{K}^d)$$

ist eine Norm auf $\mathbb{K}^d$ gegeben.

G5: Welche der folgenden Mengen sind offen bzw. abgeschlossen?

$$\text{(i)} \quad \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \Big(n - \frac{1}{3}, n + \frac{1}{3}\Big), \qquad \text{(ii)} \quad \bigcap_{n\in\mathbb{N}} \Big(-\infty, \frac{1}{n}\Big).$$

Hausübungen

H4: Zeigen Sie:

$$\{0,1\}^{\mathbb{N}} = \{(a_n)_{n\in\mathbb{N}} : (a_n) \in \{0,1\}\}$$

ist überabzählbar.

H5: Es sei

$$\ell_1 := \{x = (a_n)_{n=0}^{\infty} : a_n \in \mathbb{K}\ (n \in \mathbb{N}_0),\ \sum_{n=0}^{\infty} |a_n| \text{ konvergent}\}$$

(mit üblicher Addition und Skalarmultiplikation).
Überlegen Sie sich, dass durch

$$||x||_1 := \sum_{\nu=0}^{\infty} |a_\nu| \qquad (x = (a_n)_{n=0}^{\infty} \in \ell_1)$$

eine Norm auf ℓ_1 gegeben ist.

H6: Überlegen Sie sich, dass $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ keine inneren Punkte in $\mathbb{R}$ haben.