J. Müller

SS 2004

20.07.2004

# 12. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis II

## Gruppenübungen

G28: Zeigen Sie: Ist $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall und ist $f : I \to \mathbb{C}$ differenzierbar mit $f'(x) \equiv 0$, so ist $f(x) \equiv \text{const}$ auf $I$.

G29: Zeigen Sie: Für $\alpha > 0$ gilt

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{1+\alpha}} \sum_{j=1}^{n} j^{\alpha} = \frac{1}{1+\alpha}\,.$$

G30: a) Es seien $a < c < b$ und $f : [a,b] \to \mathbb{K}$ gegeben. Zeigen Sie: Es gilt $f \in R[a,b]$ genau dann, wenn $f_{|[a,c]} \in R[a,c]$ und $f_{|[c,d]} \in R[c,d]$ ist, und in diesem Falle gilt

$$\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f\,.$$

b) Es sei $f : [a,b] \to \mathbb{K}$ stückweise stetig, d. h. es existiert eine Zerlegung $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$ von $[a,b]$ so, dass $f_{|[x_{j-1},x_j]}$ stetig ist. Überlegen Sie sich, dass $f$ dann eine Regelfunktion ist.