

11. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis II

Gruppenübungen

G25: Es seien E, F normierte Räume und es sei $f : M \rightarrow F$, wobei $M \subset E$. Die Funktion f heißt gleichmäßig stetig auf M , falls für alle $\varepsilon > 0$ ein $\delta_\varepsilon > 0$ existiert mit

$$\| f(x_1) - f(x_2) \| < \varepsilon \quad \text{für alle } x_1, x_2 \in M \text{ mit } \| x_1 - x_2 \| < \delta_\varepsilon.$$

Zeigen Sie: Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, ist nicht gleichmäßig stetig auf \mathbb{R} .

G26: Berechnen Sie $\int_0^1 x^2 dx$ mit Hilfe der Definition des Integrals.

G27: Beweisen Sie, dass jede Funktion $f \in R[a, b]$ beschränkt ist.

Hausübungen

H28: Es seien E, F normierte Räume und es sei $f : M \rightarrow F$, wobei $M \subset E$.

Zeigen Sie: Ist M kompakt und ist f stetig auf M , so ist f gleichmäßig stetig auf M .

H29: Zeigen Sie: Sind $f, g \in R[a, b]$, so ist auch $f \cdot g \in R[a, b]$.

H30: Berechnen Sie $\int_1^2 x^2 dx$ mit Hilfe der Definition des Integrals.