C. Tasto
H. Luschgy

SS 2013
Blatt 2

Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungen

Abgabetermin: 30.04.2013, 14.00 Uhr, Übungskasten 24

Aufgabe 5 (4 Punkte)
Bei einem parapsychologischen Experiment gilt eine Testperson als "medial" begabt, wenn sie von 10 Münzwürfen höchstens einen falsch vorhersagt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, unter 500 zufällig ratenden Personen mindestens eine zu finden, die den obigen Test besteht.

Aufgabe 6 (4 + 4 Punkte)
(a) Berechnen Sie den Erwartungswert einer Poi(λ)-verteilten Zufallsvariablen. Bestimmen Sie den Erwartungswert ebenfalls für $B(n,p)$- und $H(N,M,n)$-verteilte Zufallsvariable.

(b) Die Anzahl X der Fixpunkte einer zufälligen Permutation von $\{1,\dots,n\}$ ist gemäß der Koinzidenzverteilung verteilt (siehe 0.13). Berechnen Sie den Erwartungswert EX.

Aufgabe 7 (Poisson-Approximation der Binomialverteilung/4 Punkte)
Man beweise den "Poissonschen lokalen Grenzwertsatz":
Sei $\lambda > 0$ und (p_n) eine Folge aus $(0,1)$ mit

$$np_n \to \lambda, n \to \infty.$$

Dann folgt $\lim_{n\to\infty} B(n,p_n)(\{k\}) = Poi(\lambda)(\{k\}), k \in \mathbb{N}_0$.

Hinweis: Man verwende $(1-p_n)^n \to e^{-\lambda}$.

Aufgabe 8 (Binomialapproximation der hypergeometrischen Verteilung/4 Punkte)
Es seien $n \in \mathbb{N}, k \in \{0,\dots,n\}, p \in (0,1)$ und eine Folge $(M_N)_{N\geq n}$ natürlicher Zahlen mit $M_N \leq N$ und $\frac{M_N}{N} \to p, N \to \infty$ gegeben.
Man zeige:

$$\lim_{N\to\infty} H(N,M_N,n)(\{k\}) = B(n,p)(\{k\}).$$

Hinweis: Man klammere aus $H(N,M_N,n)(\{k\})$

$$\binom{n}{k} \text{ und } [\frac{M_N!(N-k)!}{N!(M_N-k)!}] \cdot [\frac{(N-M_N)!(N-n+k)!}{(N-M_N-n+k)!N!}]$$

aus und untersuche die Konvergenz der einzelnen Faktoren.