T. Dinev
H. Luschgy

SS 2013
Blatt 10

Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungen

Abgabetermin: 2.7.2013, 14.00 Uhr, Übungskasten 24

Aufgabe 37 (2+2+2 Punkte)
Sei X eine relle ZV. Berechnen Sie die charakteristische Funktion φ_X, falls X eine

a) $B(n,p)$

b) $U(a,b)$

c) $E(a)$

Verteilung besitzt.

Aufgabe 38 (2+2 Punkte)
Es sei X eine reelle ZV mit charakteristischer Funktion φ_X. Beweisen Sie:

a) $\exists t_0 \neq 0 : |\varphi_X(t_0)| = 1$
$\Rightarrow \exists a \in \mathbb{R} : P^X(\{a + 2\pi n/t_0 : n \in \mathbb{Z}\}) = 1$. ($X$ besitzt eine Gitterverteilung.)

b) $\exists t_0, t_1 \neq 0, t_0/t_1$ irrational : $|\varphi_X(t_0)| = |\varphi_X(t_1)| = 1$
$\Rightarrow \exists c \in \mathbb{R} : P(X = c) = 1$.

Aufgabe 39 (4 Punkte)
X_1, X_2, X_3, X_4 seien iid $N(0,1)$-verteilte ZV. Berechen Sie die charakteristischen Funktionen von

$$X_1X_2 \text{ und } X_1X_2 + X_3X_4.$$

Aufgabe 40 (4 Punkte)
Es seien $Q_n \in M^1(\mathbb{R}), n \in \mathbb{N}$ und $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ mit

$$\varphi_{Q_n}(t) \to \varphi(t) \quad \forall t \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie: φ ist messbar, positiv semidefinit und $\varphi(0) = 1$.
Ist φ die Fourier-Transformierte eines W-Maßes $Q \in M^1(\mathbb{R})$?

Hinweis: $Q_n = N(0,n)$.