

## Wahrscheinlichkeitstheorie I

### Übungen

Abgabetermin: 06.02.2008, 12.00 Uhr, Übungskasten 22

#### Alle Punkte sind Bonuspunkte

Aufgabe 47 (Cauchy-Verteilung/ 4 Punkte)

Sei  $X$  eine  $C(0, 1)$ -verteilte Zufallsvariable. Zeigen Sie:

a)  $E |X|^p < \infty, 0 < p < 1$ .

b)  $EX$  existiert nicht.

Aufgabe 48 (Weibull-Verteilung / 4 Punkte)

Sei  $X$  eine  $W(a, b)$ -verteilte Zufallsvariable. Berechnen Sie  $EX$ ,  $\text{Var}X$  und  $\text{Med}(X)$ .

Aufgabe 49

Es sei  $X$  eine  $N(0, \sigma^2)$ -verteilte ZV und

$$f_\sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), x \in \mathbb{R}$$

die  $\lambda$ -Dichte von  $X$ . Zeigen Sie:

a)  $\sup_{x \in \mathbb{R}} |x|^p f_\sigma(x) < \infty, 0 < p < \infty$ .

b)  $E|X|^p < \infty, 0 < p < \infty$ ,

$EX^n = 0$ , falls  $n \in \mathbb{N}, n$  ungerade,

$EX^n = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (n-1)(\sigma^2)^{n/2}$ , falls  $n$  gerade ist.

Aufgabe 50 (Erwartungswert und Median)

Zeigen Sie für  $X \in \mathcal{L}^2(P)$

$$\text{Var} X = E(X - EX)^2 = \inf_{a \in \mathbb{R}} E(X - a)^2$$

und für  $X \in \mathcal{L}^1(P)$

$$E |X - m| = \inf_{a \in \mathbb{R}} E |X - a| \quad \forall m \in \text{Med}(X).$$

Am Mittwoch, den 06.02.2008 wird von 16.15 bis 19.00 die **Klausur zur Wahrscheinlichkeitstheorie I** im HS 3 geschrieben. Bringen Sie bitte Ihren Studentenausweis mit. Es sind während der Klausur keinerlei Hilfsmittel erlaubt. Bringen Sie aber bitte Kugelschreiber oder Füller und unbeschriebenes DIN A4 Papier mit. (Die Klausur kann nicht mit Bleistift geschrieben werden.) Wer die Klausur nicht besteht, kann an einer Nachklausur am 11.04.2008 teilnehmen.