

Wahrscheinlichkeitstheorie I

Übungen

Abgabetermin: 30.01.2008, 12.00 Uhr, Übungskasten 22

Alle Punkte sind Bonuspunkte

Aufgabe 43 (4 Punkte)

Nach Satz 9.5 gilt für ein endliches Maß μ und $0 < p_1 < p_2 < \infty$, dass $\mathcal{L}^{p_2}(\mu) \subset \mathcal{L}^{p_1}(\mu)$. Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass diese Aussage für nicht-endliche Maße μ i.a. falsch ist.

Aufgabe 44 (4 Punkte)

Es sei $1 \leq p < \infty$ und $f, f_n \in \mathcal{L}^p(\mu), n \in \mathbb{N}$, so dass $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n = f$ μ -f.s. Zeigen Sie, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n = f$ in $\mathcal{L}^p(\mu)$ genau dann, wenn $\lim_{n \rightarrow \infty} \|f_n\|_p = \|f\|_p$.

Aufgabe 45 (5 Punkte)

Es sei $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ ein Maßraum und ν ein endliches Maß auf \mathcal{A} . Zeigen Sie: $\nu \ll \mu$ gilt genau dann, wenn zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta > 0$ existiert, so daß

$$\mu(A) \leq \delta \Rightarrow \nu(A) \leq \varepsilon, A \in \mathcal{A}.$$

Hinweis: Man verwende Aufgabe 17.

Aufgabe 46 (2+2 Punkte)

Seien μ, ν, ϱ σ -endliche Maße auf einer σ -Algebra \mathcal{A} mit

$$\nu \ll \mu \quad \text{und} \quad \mu \ll \varrho.$$

Zeigen Sie:

a) $\nu \ll \varrho$,

b) $\frac{d\nu}{d\varrho} = \frac{d\nu}{d\mu} \cdot \frac{d\mu}{d\varrho}$ ϱ -f.s.

Am Mittwoch, den 06.02.2008 wird von 16.15 bis 19.00 die **Klausur zur Wahrscheinlichkeitstheorie I** im HS 3 geschrieben. Bringen Sie bitte Ihren Studentenausweis mit. Es sind während der Klausur keinerlei Hilfsmittel erlaubt. Bringen Sie aber bitte Kugelschreiber oder Füller und unbeschriebenes DIN A4 Papier mit. (Die Klausur kann nicht mit Bleistift geschrieben werden.) Wer die Klausur nicht besteht, kann an einer Nachklausur am 11.04.2008 teilnehmen.