T. Kalmes
H. Luschgy

Blatt 9
WS 2007/08

Wahrscheinlichkeitstheorie I

Übungen

Abgabetermin: 9.01.2008, 12.00 Uhr, Übungskasten 22

Aufgabe 33 (Projektiver Limes, 7.18 / 2+2 Punkte)
Sei $\Omega = (0,1], \Gamma = I\!N, \Omega_n = I\!R^n, \mathcal{A}_n = \mathcal{B}(I\!R^n)$,

$$f_n : \Omega \to \Omega_n, f_n(\omega) := (1_{(0,1]}(\omega), \ldots, 1_{(0,\frac{1}{n}]}(\omega))$$

und $P_n = \delta_{\mathbf{1}_n}$ (Dirac-Maß), wobei $\mathbf{1}_n := (1, \ldots, 1)$.

Zeigen Sie:

a) $(P_n, f_n)_{n \in \Gamma}$ ist konsistent.

b) Der projektive Limes von $(P_n, f_n)_{n \in \Gamma}$ existiert nicht.

Aufgabe 34 (5 Punkte)
Beweisen Sie Lemma 8.1 der Vorlesung.

Aufgabe 35 (3 Punkte)
Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : I\!R \to I\!R,\ f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & , \quad x \in [2n, 2n+1) \\ -\frac{1}{n} & , \quad x \in [2n+1, 2n+2), n \in I\!N \\ 0 & , \quad x < 2 \end{cases}$$

nicht λ-quasiintegrierbar ist. (λ bezeichnet dabei das 1-dimensionale Lebesguemaß.)

Aufgabe 36 (Koinzidenzverteilung / 4 Punkte)
Die Anzahl X der Fixpunkte einer zufälligen Permutation von $\{1, \ldots, n\}$ ist gemäß der Koinzidenzverteilung verteilt (siehe 3.3). Berechnen Sie den Erwartungswert EX.