

## Stochastische Prozesse I

### Übungen

**Besprechungstermin: 8.1.09, 14.00 Uhr**

Aufgabe 31. (Bewertungsschranken für amerikanische Claims)

$C = (C_n)_{0 \leq n \leq N}$  sei ein hedgebarer amerikanischer Claim im  $N$ -Perioden Marktmodell mit  $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$  und  $\mathbb{P} \neq \emptyset$ . Zeigen Sie:

$$\sup_{0 \leq n \leq N} E_Q\left(\frac{\beta_n}{\beta_0} C_n\right) \leq \Pi^*(C) \leq N \sup_{0 \leq n \leq N} E_Q\left(\frac{\beta_n}{\beta_0} C_n\right) \quad \forall Q \in \mathbb{P}.$$

Aufgabe 32.

Im  $N$ -Perioden-Marktmodell mit Risikoneutralität und  $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$  sei  $H$  eine Hedgingstrategie für den amerikanischen Claim  $C = (C_n)_{n \in I}$  und  $K$  eine (europäische) Hedgingstrategie für  $C_N$ . Zeigen Sie:

$$\Pi^*(C) = \Pi(C_N) \Rightarrow V(H) = V(K)$$

Aufgabe 33. (Put-Call "Parität" für amerikanische Optionen)

Im  $N$ -Perioden-Modell mit Risikoneutralität,  $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$ ,  $\beta_n \downarrow$ ,  $\beta_n$  deterministisch, seien  $C = (C_n)_{n \in I}$ ,  $C_n := (S_n^k - K)^+$ ,  $D = (D_n)_{n \in I}$ ,  $D_n := (K - S_n^k)^+$  (amerikanisch) hedgebar. Zeigen Sie:

$$S_0^k - K \leq \Pi^*(C) - \Pi^*(D) \leq S_0^k - \frac{K}{\beta_0} \beta_N.$$

Aufgabe 34.

Berechnen Sie im CRR-Modell mit  $A_0 = 4$ ,  $u = 2$ ,  $d = 1/2$ ,  $r = 0,25$  und  $N = 2$  den Preis einer amerikanischen Put Option mit Strike  $K = 5$ . Berechnen Sie zum Vergleich auch den Preis des europäischen Put.

Hinweis: Beispiel 6.6