

**Stochastische Prozesse I****Übungen****Besprechungstermin: 29.1.09, 14.00 Uhr**Aufgabe 39 (Modifikation vs Nicht-Unterscheidbarkeit) $X, Y$  seien reelle Prozesse und  $X$  sei eine Modifikation von  $Y$ . Zeigen Sie: $X, Y$  f.s. cad oder  $X, Y$  f.s. cag  $\implies X = Y$  f.s. (nicht unterscheidbar)(I =  $[0, T]$  oder  $I = \mathbb{R}_+$ ).Aufgabe 40 (BM, quadratische Variation) $W = (W_t)_{t \geq 0}$  sei eine BM und  $t > 0$ . Zeigen Sie für die Zerlegungsfolge  $\{tk/2^n : k \in \{0, \dots, 2^n\}\}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  von  $[0, t]$ :

$$\sum_{k=1}^{2^n} |W_{tk/2^n} - W_{t(k-1)/2^n}|^2 \longrightarrow [W]_t \text{ f.s.}$$

Aufgabe 41 $X = (X_t)_{t \geq 0}$  sei ein f.s. stetiger Prozess und f.s. von beschränkter Variation auf  $[0, T]$ . Zeigen Sie:

$$\forall t \in [0, T] : [X]_t = 0.$$

Aufgabe 42 (Poisson-Prozess, quadratische Variation) $X = (X_t)_{t \geq 0}$  sei ein Poisson-Prozess mit Intensität  $c > 0$  und  $M = (M_t)_{t \geq 0}$ ,  $M_t := X_t - ct$  (kompensierter Poisson-Prozess). Zeigen Sie für die quadratische Variation:

$$[X]_t = [M]_t = X_t, t \geq 0.$$