

## Stochastic Finance

### Übungen

**Aufgabe 2** (Martingalmaße, Arbitrage)

a) Im  $(1 + 1, 1)$ -Marktmodell ( $d = k = 1$ ) sei  $\mu - r$  ein beschränkter Prozeß und  $\sigma$  sei deterministisch mit  $\frac{1}{\sigma} \in L^2([0, T], dt)$ .

Zeigen Sie:

$$|\mathbb{P}| = |\mathbb{P}_{lok}| = 1.$$

Insbesondere existiert keine Arbitragestrategie in  $SF_1$  und in  $SF_2(Q)$ , wobei  $\mathbb{P} = \{Q\}$ .

Hinweis: 1.9 und 1.13.

b) Zeigen Sie

$$\mathbb{P} = \mathbb{P}_{lok} = \{P\}$$

für das folgende  $(1 + 1, 1)$ -Modell:

$$\begin{aligned} dB_t &= B_t dt, \quad B_0 = 1, \\ dS_t &= S_t dt + t S_t dW_t, \quad S_0 = 1, t \in [0, T]. \end{aligned}$$

Insbesondere existiert kein Arbitragestrategie in  $SF_1$  und  $SF_2(P)$ .

c) Ist das  $(1 + 2, 1)$ -Modell mit

$$\begin{aligned} dS_t^1 &= 2S_t^1 dt + 0, 3S_t^1 dW_t \\ dS_t^2 &= S_t^2 dt + 0, 4S_t^2 dW_t, \quad t \in [0, T], \end{aligned}$$

und  $r = 0.02$  arbitragefrei in  $SF_1$  ?