

Stabile Konvergenz von Zufallsvariablen**Übungen**

Aufgabe 6 Seien $\mathcal{G}_1 \subset \mathcal{G}_2 \subset \mathcal{F}$ Unter- σ -Algebren, $K \in \mathcal{K}^1(\mathcal{G}_2)$ und $X_n \rightarrow K$ \mathcal{G}_2 -stabil. Zeigen Sie

$$X_n \rightarrow E(K|\mathcal{G}_1) \text{ } \mathcal{G}_1\text{-stabil.}$$

Aufgabe 7 Seien $(\Omega, \mathcal{F}, P) = ([0, 1], \mathcal{B}([0, 1]), \lambda_{[0,1]})$, $a_n \in [0, 1/2]$, $X_n := 1_{[a_n, a_n+1/2]}$ für $n \in \mathbb{N}$, $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, $f(t) := t$ und $\mathcal{G} := \sigma(f)$. Zeigen Sie $P^{X_n} = (\delta_0 + \delta_1)/2$ für alle n , aber (X_n) konvergent nicht \mathcal{G} -stabil, falls (a_n) nicht konvergiert.