

Stabile Konvergenz von Zufallsvariablen**Übungen**

Aufgabe 4 Seien $K \in \mathcal{K}^1$ und $\mathcal{G} \subset \mathcal{F}, \mathcal{G}_1 \subset \mathcal{G}_2 \subset \mathcal{F}$ Unter- σ -Algebren. Zeigen Sie

$$\begin{aligned} E(E(K|\mathcal{G}_2)|\mathcal{G}_1) &= E(K|\mathcal{G}_1) && P\text{-f.s.}, \\ E(K|\mathcal{G})(\cdot, B) &= E(K(\cdot, B)|\mathcal{G}) && P\text{-f.s. für alle } B \in \mathcal{B}(\mathcal{X}). \end{aligned}$$

Aufgabe 5 Zeigen Sie für Netze $(K_\alpha)_\alpha$ in \mathcal{K}^1 und $K \in \mathcal{K}^1$, dass

$$K_\alpha \xrightarrow{\tau} K$$

genau dann gilt, wenn

$$QK_\alpha \xrightarrow{w} QK \text{ für alle W-Maße } Q \text{ auf } \mathcal{F} \text{ mit } Q \equiv P.$$