Numerik der Differentialgleichungen (WS 2013/14)

Übungsblatt 5 — Abgabe: Mo, 18. November 2013, bis 16^{00} Uhr,

Sachs/Groß — Kasten mit Aufschrift *Numerik der Dgl.* im 1. Stock des E-Gebäudes

Aufgabe 8: (8 Punkte)

Betrachten Sie das Prädiktor-Korrektor-Verfahren mit den folgenden Komponenten:

$$\begin{aligned} \eta_{i+1} &= \eta_{i-1} + \frac{h}{3}\left(7f_i - 2f_{i-1} + f_{i-2}\right) && \text{(Prädiktor)} \\ \eta_{i+1} &= \eta_{i-1} + \frac{h}{90}\left(29f_{i+1} + 124f_i + 24f_{i-1} + 4f_{i-2} - f_{i-3}\right) && \text{(Korrektor)} \end{aligned}$$

wobei $f_j := f(x_j, \eta_j)$. Wieviele Korrektor-Iterationen müssen durchgeführt werden, damit das Prädiktor-Korrektor-Verfahren die gleiche Konsistenzordnung wie der Korrektor hat? (Hinweis: Verwenden Sie Aufgabe 6).

Programmieraufgabe 4: (8 Punkte)

Betrachten Sie die lineare inhomogene Differentialgleichung

$$\begin{gathered} y''(t) - 2y'(t) + 2y(t) = \mathrm{e}^{2t}\sin(t), \quad 0 \le t \le 1 \\ y(0) = -0,4, \quad y'(0) = -0,6 \end{gathered}$$

deren exakte Lösung durch $y(t) = 0,2\,\mathrm{e}^{2t}(\sin(t) - 2\cos(t))$ gegeben ist. Programmieren Sie zur Lösung dieser Anfangswertaufgabe mit **MATLAB** das Prädiktor-Korrektor-Verfahren PK_k. Verwenden Sie als Prädiktor das Adams-Bashforth-Verfahren mit Konsistenzordnung 2:

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \frac{h}{2}\left(3f(t_i, \eta_i) - f(t_{i-1}, \eta_{i-1})\right)$$

Als Korrektor wähle man das Adams-Moulton-Verfahren mit Konsistenzordnung 4:

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \frac{h}{24}\left(9f(t_{i+1}, \eta_{i+1}) + 19f(t_i, \eta_i) - 5f(t_{i-1}, \eta_{i-1}) + f(t_{i-2}, \eta_{i-2})\right)$$

Um die obigen Mehrschrittverfahren zu starten, berechnen Sie η_1 und η_2 über das explizite Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung aus der Vorlesung.

Lösen Sie die gegebene Anfangswertaufgabe mit Ihrem Programm für $k = 0, 1, \ldots, 4$ Korrektorschritte. Wählen Sie bei festem k als Schrittweite jeweils $h = \frac{1}{2^m}$, $m = 3, \ldots, 12$ und geben Sie für jedes m die Schrittweite h, den globalen Fehler $\epsilon(h)$, sowie die geeignete Quotienten aus, um die Ordnung zu bestimmen. Geben Sie für $m = 3$ die approximierte Lösungen zu $k = 0, 1, \ldots, 3$ und die exakte Lösung $y(t)$ graphisch aus. Was können Sie beobachten? Vergleichen Sie Ihre Beobachtungen mit Resultaten aus der Vorlesung und kommentieren Sie alle Resultate ausführlich.

Programmierhinweise

Laden Sie den Matlab-Quellcode versehen mit Namen und Matrikelnummer im StudIP hoch.

`NachnameMatrikelnummerAufgabennummer.txt oder .m`

In der den ersten Zeilen des `m-file` stehen mit `%` auskommentiert:

- Name
- Matrikelnummer
- Aufgabennummer
- Datum

Drucken Sie ebenfalls den die Ergebnisse (Tabellen und Graphen) der Programmieraufgabe aus und geben Sie diese zusammen mit dem Übungszettel ab.
Kommentieren Sie immer die Ergebnisse!