

Numerik der Differentialgleichungen (WS 2011/12)

Übungsblatt 7
Sachs/Groß

Abgabe: Mi, 21. Dezember 2011, bis 8³⁰ Uhr, *Kasten E6*
im Foyer des E-Gebäudes

Aufgabe 13:

(8 Punkte)

Betrachten Sie die PDE:

$$\begin{aligned} -\Delta u &= 0 & \forall (x, y) \in \Omega &= (0, 1) \times (0, 1) \\ u(x, y) &= \cos(2x\pi) & \forall (x, y) \in \partial\Omega \end{aligned}$$

Verwenden Sie anstatt der bekannten 5-Punkt Formel folgende Approximation an den Laplace Operator

$$\begin{aligned} \Delta_h u(x, y) \approx & \frac{1}{6h^2} [-20u(x, y) + 4[u(x-h, y) + u(x+h, y) + u(x, y+h) + u(x, y-h)] \\ & + u(x-h, y-h) + u(x+h, y-h) + u(x-h, y+h) + u(x+h, y+h)] \end{aligned}$$

und bestimmen Sie die daraus resultierende Diskretisierungsmatrix L_h und rechte Seite f_h .

Aufgabe 14:

(10 Punkte)

i) Berechnen Sie die schwache Ableitung von $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) := |x|.$$

ii) Berechnen Sie die schwache Ableitung von $g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$g(x) := \begin{cases} x^2, & x \in [-1, 0) \\ x, & x \in [0, 1]. \end{cases}$$

iii) Diskutieren Sie den Fall für die Funktion $h : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$h(x) := \begin{cases} x^2, & x \in [-1, 0) \\ x+1, & x \in [0, 1]. \end{cases}$$

Programmieraufgabe 7:

(6 Punkte)

Implementieren und lösen Sie das in Aufgabe 13 auftretende Gleichungssystem $L_h u_h = f_h$ mit Matlab. Verwenden Sie unterschiedlich feine, äquidistante Gitter und plotten Sie jeweils die Lösung u auf dem Gebiet Ω .

Hinweis:

Hilfreiche Befehle: `meshgrid`; `mesh`; `surf`;