

Numerik (SoSe 2012)

Übungsblatt 3

Abgabe: Di, 8. Mai 2012, bis 16³⁰ Uhr, *Kasten E6*

Groß/Sachs

im Foyer des E-Gebäudes

Aufgabe 5:

(7 Punkte)

Bestimmen Sie zur Basis $\{u_1, u_2, u_3\}$ des \mathbb{R}^3 mit $u_1^\top = (1, 1, 1)$, $u_2^\top = (1, 1, 0)$ und $u_3^\top = (1, 0, 0)$ ausgehend von u_1 eine Orthonormalbasis mit der Methode nach Gram-Schmidt.

Aufgabe 6:

(7 Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Führen Sie zuerst eine Singulärwertzerlegung von A durch und bestimmen Sie anschließend damit die Pseudoinverse A^+ .

Berechnen Sie dann die Ausgleichslösung

$$\bar{x} = A^+b.$$

Aufgabe 7:

(7 Punkte)

Sei $A \in \mathbb{R}^{m,n}$ mit $\text{rg}(A) = r$ und $m, n \geq r$. Zeigen Sie, dass falls

$$A = BC$$

mit $B \in \mathbb{R}^{m,r}$, $C \in \mathbb{R}^{r,n}$ und $\text{rg}(B) = \text{rg}(C) = r$ für die Pseudoinverse A^+ gilt,

$$A^+ = C^+B^+.$$