Numerik (SoSe 2011)

Übungsblatt 9 — Abgabe: Mo, 20. Juni 2011, bis 16^{15} Uhr, Kasten **Numerik**

Groß/Schulz — **im 1.OG des E-Gebäudes**

Aufgabe 28: (5 Punkte)

Sei $f(x) = x\sin(\frac{\pi}{x})$, $x \in (0\,,1]$ und P_n die Lagrange-Interpolierende an den Stützstellen

$$x_i = \frac{1}{i+1}\,, \quad i = 0,\ldots,n\,.$$

Zeigen Sie

$$\|P_n - f\|_\infty = \max_{x\in(0\,,1]} |P_n(x) - f(x)| \not\to 0 \quad (n \to \infty)\,.$$

Aufgabe 29: (5 Punkte)

Bestimmen Sie mittels des Aitken-Neville-Algorithmus für die Daten

x_i	0	1	3	4
$f(x_i) = f_i$	1	2	4	3

den Wert $f(2)$ $(x = 2)$ als

(i) T_{32}

(ii) T_{21}

(iii) T_{33}

(Vgl. Beispiel nach Satz 6.3)

Programmieraufgabe 5: (10 Punkte)

Schreiben Sie ein Matlab-Programm, welches die Runge-Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

mit Hilfe der Newton'schen Interpolationsformel im Intervall $[-5, 5]$ approximiert.
(*TIPP*: benutzen sie in Matlab: `f=inline('1./(1+x.^2)','x')` und dann können Sie die Funktion einfach mittels `f( );` aufrufen, wobei in der Funktion sowohl eine Zahl, ein Vektor als auch eine Matrix stehen können.)

Dazu sei $n \in \mathbb{N}$,

α) $G^n = \{x_k = -5 + hk; k = 0, 1, \ldots, n, h = \frac{10}{n}\}$ ein äquidistantes Gitter auf $[-5, 5]$

β) $T^n = \{t_k = -5\cos\left(\frac{2k+1}{2n+2}\pi\right); k = 0, 1, \ldots, n\}$ das Gitter der Tschebyscheff–Knoten auf $[-5, 5]$

Seien $p_1^n, p_2^n \in P_n$ die Lagrange'schen Interpolationspolynome definiert durch

i) $p_1^n(x_k) = f(x_k)\ \forall x_k \in G^n$

ii) $p_2^n(t_k) = f(t_k)\ \forall t_k \in T^n$

Geben Sie für $n = 8$ die Gitterpunkte $x_k \in G^n$ und $t_k \in T^n$ (auf sechs Stellen genau) aus. Plotten Sie ferner in Matlab die Funktion f sowie die Polynome p_1^n, p_2^n für $n = 8, 12, 16$ auf dem Gitter G^{200} jeweils in ein gemeinsames Koordinatensystem.

Geben Sie für das Gitter G^{200} ferner folgende Größen aus
n $\quad ||f - p_1^n||_\infty$ $\quad ||f - p_2^n||_\infty$
Was können Sie beobachten?

Laden Sie den Quellcode (als `txt-file` abgespeichert) versehen mit Namen und Matrikelnummer im StudIP hoch! Die abzugebende Datei muss folgenden Namen haben und dann als Textdatei `.txt` abgespeichert in StudIP hochgeladen werden:

`NachnameMatrikelnummer.m`

In der den ersten Zeilen des `m-file` stehen mit `%` auskommentiert:

- Name, Matrikelnummer, Studienfach

Drucken Sie ebenfalls den Quellcode und die Ergebnisse der Programmieraufgabe aus und geben Sie diese zusammen mit dem Übungszettel ab.