

## Numerik (SoSe 2011)

Übungsblatt 10  
Groß/Schulz

Abgabe: Mo, 27. Juni 2011, bis 16<sup>15</sup> Uhr, Kasten **Numerik**  
**im 1.OG des E-Gebäudes**

### Aufgabe 30:

(6 Punkte)

Zeigen Sie für die Newton-Cotes-Formel vom Typ  $n = 2, n = 3$  die in der Vorlesung angegebenen Ausdrücke:

$$n = 2 \text{ Simpsons : } \hat{I}_2(f) = (b - a) \frac{1}{6} [1 \ 4 \ 1] f$$
$$n = 3 \text{ pulcherrima : } \hat{I}_3(f) = (b - a) \frac{1}{8} [1 \ 3 \ 3 \ 1] f.$$

### Aufgabe 31:

(6 Punkte)

Beweisen Sie die Fehlerabschätzung der Simpson-Regel

$$\delta I_2 = -\frac{1}{90} f^{(4)}(\eta) h^5, \quad \eta \in [a, b].$$

(Tipp: Taylorentwicklung und Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)

### Programmieraufgabe 6:

(4+6 Punkte)

- i) Schreiben Sie ein Matlab-Programm, welches die summierten Trapezsummen für die folgenden Testbeispiele berechnet.

$$\text{Treppenfunktion: } \int_3^4 f(x) dx \text{ mit } f(x) = \begin{cases} 0.5 & x \leq \pi \\ 1.0 & x > \pi \end{cases}$$
$$\text{sinus-Funktion: } \int_0^\pi f(x) dx \text{ mit } f(x) = \sin(x)$$

Verwenden Sie für die Anzahl der Stützstellen die Werte  $m = 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$ . Erstellen Sie eine Textdatei mit den Werten

$$m \mid T(h) \mid \text{Fehler: } \|I(f) - T(h)\|$$

Plotten Sie Schrittweite und Fehler mit doppelt logarithmischer Skala (`loglog(h, Error)`) sowie den Wert  $T(h)$  mit logarithmischer Skala in  $h^2$  (`semilogx(h^2, Th)`).

- ii) Kommentieren Sie Ihre Ergebnisse. Wie kann man aus den Grafiken die Fehlerordnung ablesen? Was für ein Problem tritt bei der Treppenfunktion auf und wie kann man dieses beheben?

Laden Sie den Quellcode (als `txt-file` abgespeichert) versehen mit Namen und Matrikelnummer im StudIP hoch! Die abzugebende Datei muss folgenden Namen haben und dann als Textdatei `.txt` abgespeichert in StudIP hochgeladen werden:

`NachnameMatrikelnummer.m`

In der den ersten Zeilen des `m-file` stehen mit `%` auskommentiert:

– Name, Matrikelnummer, Studienfach

Drucken Sie ebenfalls den Quellcode und die Ergebnisse der Programmieraufgabe aus und geben Sie diese zusammen mit dem Übungszettel ab.