L. Frerick/J. Müller

SoSe 2019
24.04.2019

2. Hausübung zur Linearen Algebra

Abgabe: Bis Dienstag, 30.04.2019, 14.00 Uhr, im Kasten 11, E-Gebäude

H4: Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x$ für $x \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die Mengen

a) $f([0,1])$,

b) $f^{-1}([0,1])$.

H5: Es seien X, Y Mengen, $f : X \to Y$ und $A_1, A_2 \subset X$.

a) Beweisen Sie: Es gilt

$$f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2) \quad \text{und} \quad f(A_1 \cap A_2) \subset f(A_1) \cap f(A_2).$$

b) Belegen Sie anhand eines Beispiels, dass im zweiten Fall im Allgemeinen keine Gleichheit gilt.

H6: a) Es sei $(G, \cdot)$ eine Gruppe mit neutralem Element e. Zeigen Sie: Definiert man die Verknüpfung $*$ auf $G \times G$ durch

$$(x_1, x_2) * (y_1, y_2) := (x_1 \cdot y_1,\, x_2 \cdot y_2)$$

für (x_1, x_2), $(y_1, y_2) \in G \times G$, so ist $(G \times G, *)$ ebenfalls eine Gruppe (mit neutralem Element (e, e)).

b) Finden Sie eine Gruppe $(H, *)$ der Ordnung 4, d. h. H ist eine vierelementige Menge.

Hinweis: $(G, \cdot) = (\{\pm 1\}, \cdot)$ ist eine Gruppe mit zwei Elementen.

]