

2. Gruppenübung zur Linearen Algebra

G4: Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$ für $x \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die Mengen

- a) $f([1, 2])$,
- b) $f^{-1}([1, 2])$.

G5: Es seien X, Y Mengen und $f : X \rightarrow Y$. Beweisen Sie:

- a) Sind $B_1, B_2 \subset Y$, so ist $f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$.
- b) Ist $B \subset Y$, so ist $f^{-1}(B^c) = (f^{-1}(B))^c$.

G6: Untersuchen Sie, ob es sich bei den folgenden Paaren um Halbgruppen bzw. Gruppen handelt:

$$(\mathbb{Z}, +), (\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot), (\mathbb{Z}, -), (\{\pm 1\}, \cdot).$$