J. Müller WS 2020/2021

06.01.2021

8. Hausübung zur Einführung in die Mathematik

Abgabe: Bis Freitag, 15.01.2021, 10.00 Uhr, in Stud.IP, Ordner „Abgabe 8. Hausübung“

H22: a) Es sei (x_n) eine Folge in $\mathbb{K}$. Zeigen Sie: Aus $x_n \to c$ $(n \to \infty)$ folgt $|x_n| \to |c|$ $(n \to \infty)$.
Hinweis: Umgekehrte Dreiecksungleichung.

b) Es sei $\sum\limits_{\nu=m}^{\infty} a_\nu$ absolut konvergent. Zeigen Sie: $\left| \sum\limits_{\nu=m}^{\infty} a_\nu \right| \leq \sum\limits_{\nu=m}^{\infty} |a_\nu|$.

H23: Untersuchen Sie die folgenden Potenzreihen auf Konvergenz und auf absolute Konvergenz:

$$\text{a)} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{x^\nu}{\sqrt{\nu}} \quad (x \in \mathbb{R}), \qquad\qquad \text{b)} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{z^\nu}{\nu^2} \quad (z \in \mathbb{C}).$$

Hinweis: Verwenden Sie Bemerkung/Definition 6.1.

H24: Es sei $(c_n)_{n \geq 0}$ eine Folge reeller Zahlen. Zeigen Sie: Ist $R > 0$ der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum\limits_{\nu=0}^{\infty} c_\nu z^\nu$ und $f(z) := \sum\limits_{\nu=0}^{\infty} c_\nu z^\nu$ für $|z| < R$, so ist $\overline{f(z)} = f(\overline{z})$.
Hinweis: Ist (s_n) eine Folge in $\mathbb{C}$ mit $s_n \to c$ $(n \to \infty)$, so gilt auch $\overline{s_n} \to \overline{c}$ $(n \to \infty)$.