

11. Hausübung zur Einführung in die Mathematik

Abgabe: Bis Freitag, 05.02.2021, 10.00 Uhr, in Stud.IP, Ordner „Abgabe 11. Hausübung“

H31: (Linearfaktorzerlegung) Zeigen Sie: Ist p ein Polynom von Grad $n \in \mathbb{N}$ mit führendem Koeffizienten $c_n = 1$, so existieren z_1, \dots, z_n mit

$$p(z) = \prod_{k=1}^n (z - z_k) \quad (z \in \mathbb{C}).$$

Hinweis: Führen Sie den Beweis per Induktion nach n . Verwenden Sie dabei den Fundamentalsatz der Algebra und Polynomdivision (H18).

H32: Beweisen Sie:

- Für $z \in \mathbb{C}$ gilt $\cosh^2(z) - \sinh^2(z) = 1$.
- Für $t \in \mathbb{R}$ gilt $\cosh(t) > 0$ und $\sinh'(t) = \sqrt{1 + \sinh^2(t)}$.
- $\sinh|_{\mathbb{R}}$ ist streng wachsend mit $\sinh(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$.

H33: Es sei $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = x^x$.

- Berechnen Sie f' .
- Zeigen Sie: $f'(x) \rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow 0^+$.