

**8. Gruppenübung zur Einführung in die Mathematik**

G22: Es seien  $X \subset \mathbb{C}$  und  $(x_n)$  eine Folge in  $X$ . Zeigen Sie: Gilt  $x_n \rightarrow c$  ( $n \rightarrow \infty$ ), so ist  $c \in X \cup X'$ .

G23: Es seien  $X \subset \mathbb{K}$ ,  $a \in X$  und  $f : X \rightarrow \mathbb{C}$ . Beweisen Sie:  $f$  ist genau dann stetig an  $a$ , wenn für alle Folgen  $(x_n)$  in  $X$  mit  $x_n \rightarrow a$  ( $n \rightarrow \infty$ ) auch  $f(x_n) \rightarrow f(a)$  gilt.

G24: a) Zeigen Sie: Sind  $m \in \mathbb{N}_0$  und  $(c_n)_{n \geq m}$  eine Folge in  $\mathbb{C}$  mit  $\sqrt[n]{|c_n|} \rightarrow s$  oder  $|c_{n+1}/c_n| \rightarrow s$  für  $n \rightarrow \infty$ , so ist  $1/s$  der Konvergenzradius der Potenzreihe  $\sum_{\nu=m}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu}$ .

b) Untersuchen Sie für  $x \in \mathbb{R}$  die Reihe  $\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{x^{\nu}}{\nu}$  auf Konvergenz und absolute Konvergenz.