

4. Gruppenübung zur Einführung in die Mathematik

G10: a) Es sei $z \in \mathbb{C}$ mit Normalform $z = s + it$. Zeigen Sie:

(i) $z\bar{z} = s^2 + t^2 = |z|^2$.

(ii) $\frac{1}{z} = \frac{1}{s^2 + t^2} (s - it) = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$, falls $z \neq 0$.

b) Für $a = (u, v) \in \mathbb{C}$ und $\rho > 0$ ist

$$U_\rho(a) = \{(s, t) \in \mathbb{C} : (s - u)^2 + (t - v)^2 < \rho^2\}.$$

G11: a) Zeigen Sie: Für alle $c \in \mathbb{C}$ hat Gleichung $z^2 = c$ höchstens zwei Lösungen in \mathbb{C} .

b) Berechnen Sie für $c \in \mathbb{R}$ die Lösungen in \mathbb{C} .

G12: Es sei $n \in \mathbb{N}$. Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionen $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ abklingend bzw. stetig an der Stelle 0 sind:

a) $f(x) = \sqrt[n]{x}$,

b) $f(x) = \begin{cases} 1, & x = 0 \\ \sqrt[n]{x}, & x > 0 \end{cases}$.